

GRUPOS DIEDRAIS

Daniele Alves Souza¹, Paulo César Cavalcante de Oliveira²

1 - Bolsista do PIBID – CAPES, 2 - Universidade Regional do Cariri – URCA.

Introdução

O estudo dos grupos começou essencialmente com Galois, que foi o pioneiro no uso (1830) da palavra “grupo” em seu sentido técnico. As pesquisas foram então levadas adiante por Augustin-Louis Cauchy e outros que se sucederam, para o caso particular dos grupos das substituições. Com o subsequente notável trabalho de Arthur Cayley (1821-1895), Ludwig Sylow (1832-1918), Sophus Lie, Georg Frobenius (1848-1917), Felix Klein, Henri Poincaré (1854-1912), Otto Holder (1859-1937) e outros. O estudo dos grupos assumiu sua forma abstrata independente e se desenvolveu rapidamente. A teoria dos grupos embora tenha sido inicialmente estudada por matemáticos, no início do século XX os físicos, usando argumentos desta teoria, fizeram descobertas importantes sobre a estrutura dos átomos e das moléculas em Mecânica Quântica, além de ser um fator de grande importância para a ascensão da álgebra abstrata no século XX. Neste trabalho introduziremos a definição de Grupo e apresentaremos os Grupos Diedrais.

Metodologia

No desenvolvimento deste trabalho iremos utilizar as definições de Grupos, polígonos, simetrias e Grupos Diedrais.

Resultados e Discussão

Um conjunto não-vazio G munido de uma operação $*$ é chamado de Grupo se são válidas as seguintes propriedades: associatividade, existência do elemento neutro e a existência de inverso. É fácil ver que os números inteiros com a operação de adição é um grupo, mas com a multiplicação não é um grupo. Se além disso, a operação $*$ for comutativa, dizemos que G é abeliano. Se considerarmos M , o conjunto das matrizes invertíveis com entradas reais, com a operação usual de multiplicação de matrizes, é fácil ver que M não é um grupo abeliano. Existem outros exemplos de grupos não

abelianos, nos concentraremos no grupo D_n , grupo finito de ordem $2n$, chamado Grupo Diedral. Consideremos um polígono regular de n lados e seja $\theta \in S_n$ a permutação pelo efeito de uma rotação de um ângulo de $\frac{2\pi}{n}$ no sentido anti-horário. Consideremos $r \in S_n$ a permutação determinada pelo efeito de uma reflexão da figura em torno do eixo \overline{OX} , verifica-se que $D_n = \langle r, \theta \rangle$ é o menor subgrupo de S_n contendo r e θ .

Conclusões e Perspectivas

Neste artigo vimos uma conexão entre a álgebra e a geometria. A partir de permutações com os vértices de um polígono regular pudemos construir um grupo não abeliano. Esse grupo aparece também na discussão sobre construção com régua e compasso, mas isso é para outro artigo. Concluimos então que quando construímos polígonos regular, podemos ordenar seus vértices, para formar uma espécie de referência, considerando diversas configurações de modo que não altere o formato do polígono, modificando, portanto, somente as posições dos vértices, temos o conjunto diedral.

Agradecimentos

A Universidade Regional do Cariri pelo uso do laboratório, a CAPES pelo apoio financeiro e ao professor Paulo César Cavalcante de Oliveira pelas discussões.

Referências

- [1] GONÇALVES, A. **Introdução à Álgebra**, Rio de Janeiro 2003,
- [2] EVES, H. **Introdução à história da matemática**, Campinas-SP: Editora da UNICAMP, 2004.

NÚMEROS NATURAIS E A AXIOMÁTICA DE PEANO

Daniele Tamires Alves Quirino¹, Paulo César Cavalcante de Oliveira²

1 – Bolsista de IC/URCA, 2 -Universidade Regional do Cariri – URCA.

Introdução

Quando se trata de número natural, nos vem à cabeça ideias relacionadas à quantidades, necessidade de contagem e ordenação. Uma das opções de formalização, que será adotada neste trabalho, é a axiomática. Este tipo de formalização consiste em assumir a existência do conjunto dos números naturais, ou seja, assumir a existência de um conjunto que satisfaz a certos axiomas capazes de caracterizá-lo completamente de forma rigorosa. Toda a teoria dos números naturais pode ser deduzida dos axiomas de Peano. Nossos estudos terão continuidade a partir destes axiomas, considerados até hoje como a axiomatização padrão dos números naturais.

Metodologia

Toda a teoria dos números naturais pode ser deduzida dos três axiomas de Peano, também conhecidos como axiomas de Deddekind-Peano ou postulados de Peano. Esses axiomas vêm sendo utilizados praticamente sem modificações em diversas investigações matemáticas. E será a partir deles que se dará o desenvolvimento deste trabalho, faremos uma breve verificação dos axiomas, algumas demonstrações a respeito dos números naturais, além de alguns exemplos para melhor verificação do que está sendo desenvolvido.

Resultados e Discussão

Os axiomas de Peano são uma apresentação matemática rigorosa de ideias intuitivas, e se apoiam em conceitos matemáticos já conhecidos ou admitidos conhecidos, no caso, o de conjunto e funções. São dados, como objetos não definidos, um conjunto \mathbb{N} (cujos elementos são chamados números naturais) e uma função $s: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. Para cada $n \in \mathbb{N}$ o número $s(n)$, valor que a função s assume no ponto n , é chamado o sucessor de n . A função s deve satisfazer aos seguintes axiomas:

A.1 $s: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ é injetiva. Em outros termos: $m, n \in \mathbb{N}$, $s(m) = s(n) \Rightarrow m = n$. Ou, em palavras, dois números que têm o mesmo sucessor são iguais.

A.2 $\mathbb{N} - s(\mathbb{N})$ consta de um só elemento. Ou seja, existe um único número natural que não é sucessor de nenhum outro. Neste trabalho, identificaremos esse elemento como sendo o ‘zero’, representado pelo símbolo 0.

A.3 (Princípio da indução) Se X contido nos naturais é um subconjunto tal que $0 \in X$ e, para todo $n \in X$ tem-se também $s(n) \in X$, então $X = \mathbb{N}$.

Vejamos um exemplo. Imagine que um subconjunto Y dos números naturais contém o número 3. Suponha que este subconjunto possui também a seguinte propriedade: ele contém o sucessor natural de qualquer elemento seu, isto é, se $x \in Y$, então $x+1 \in Y$. Logo Y conterà o 4, pois pela hipótese inicial, contém o 3. Mas então conterà o 5, pois contém o 4, e assim por diante. Concluímos que Y é o conjunto $\{3, 4, 5, \dots\}$. Note, no entanto, que não sabemos se Y contém o 2 e o 1. Se em nossa hipótese tivéssemos que $0 \in Y$, então poderíamos garantir que o Y seria igual ao conjunto dos números naturais.

Conclusões e Perspectivas

Vimos que apesar de os números naturais serem conhecidos pelos estudantes desde a educação infantil, sua axiomatização requer uma certa maturidade matemática. Os axiomas de Peano foram desenvolvidos no ano de 1889 na sua obra “*Arithmetices Principia Nova Methodo Exposita*”. Os números naturais tem inúmeras utilizações no mundo moderno, desde ao mais simples ato de passar o troco até as complexas transmissões de imagens digitais.

Agradecimentos

Agradeço à Universidade Regional do Cariri pelo apoio financeiro ao projeto e ao meu orientador Paulo César Cavalcante de Oliveira pela confiança e pelo apoio, pelas discussões durante a pesquisa e o uso do laboratório.

Referências

- [1] FERREIRA, J., A Construção dos Números, Textos Universitários, SBM, IMPA, Rio de Janeiro, 2011.
- [2] LIMA, E. L., Curso de Análise, vol. 1, Projeto Euclides, SBM, IMPA, Rio de Janeiro, 2012.

FATORES DE RISCO NOS FAMILIARES DOS DISCENTES DE ENFERMAGEM DA URCA

Pedro Félix Maia¹, Ana Josicleide Maia².

1- Bolsista de extensão – CNPq/URCA, 2 - Professor orientador – URCA.

Introdução

A chance de uma pessoa sadia, exposta a determinados fatores, ambientais ou hereditários, adquirir uma doença é definida como fatores de risco. Intervenções relacionadas à promoção da saúde e a prevenção e controle da obesidade e das doenças cardiovasculares, como incentivo à prática de atividade física, abandono do tabagismo e educação nutricional da população, têm recebido grande importância por resultarem em alterações desejáveis, tais como redução de peso e dos níveis plasmáticos de lipídeos e de glicose, bem como redução dos níveis de pressão arterial.

Estudos sobre a correlação entre obesidade abdominal IMC e risco cardiovascular, observou que mulheres com excesso de peso, principalmente com obesidade abdominal, estão mais expostas a fatores de risco cardiovasculares envolvidos na síndrome metabólica e, conseqüentemente, a maior risco de morbidade e mortalidade quando não tratadas essas alterações. Desta maneira, hábitos alimentares saudáveis e estilo de vida mais ativos devem ser metas essenciais de programas de prevenção e melhoria da qualidade de vida.

A razão cintura/quadril (RCQ) tem sido utilizada para investigar a distribuição de gordura regional e distúrbios metabólicos na predição do acúmulo de tecido adiposo abdominal.

O objetivo do trabalho foi analisar os fatores de risco dos alunos de enfermagem da Universidade Regional do Cariri – URCA e seus familiares através do IMC e RCQ. Verificar o uso de álcool e/ou cigarros e se praticam atividade física.

Metodologia

Foi realizada uma pesquisa com os alunos do 2º semestre de 2012 de enfermagem da Universidade Regional do Cariri – URCA e seus familiares. Cada aluno coletou o peso, altura, circunferências

abdominais e do quadril em suas residências para fazer o cálculo do IMC e RCQ.

As circunferências da cintura (CC) e do Quadril (CQ) foram aferidas duas vezes com fita métrica inextensível segundo técnicas padronizadas.

A CC foi medida ao redor da cintura natural ou da menor curvatura localizada entre a crista ilíaca e as costelas, e a CQ na área de maior protuberância dos glúteos. A medida RCQ foi calculada pela razão CC/CQ.

O peso e a estatura foram obtidos para o cálculo do Índice de Massa Corporal (IMC) é dado pela razão peso/altura*altura. A estatura foi aferida com as pessoas de costas para a fita métrica, a análise estatística envolveu o cálculo de médias, percentagens.

Resultados e Discussão

Foram analisadas 77 pessoas, sendo 43 do sexo feminino e 34 do sexo masculino. As pessoas pesquisadas do sexo feminino apresentavam média de 47,5 anos, altura de 1,58m, circunferência abdominais de 89,5, circunferência do quadril de 106 e média do IMC 28,9. Os do sexo masculino apresentavam idade média de 34,5 anos, altura de 1,67m, circunferência abdominal de 85, circunferência do quadril de 99 e IMC 25,2. Um fator preocupante é que em ambos os grupos o IMC está acima do normal, sendo classificados como sobrepeso.

Nas pessoas pesquisadas do sexo feminino, 25,58% fazem algum tipo de atividade física, 13,95% consomem álcool, 2,94% fumam cigarro e 4,65% bebem e fumam. Já nos indivíduos pesquisados do sexo masculino 17,64% fazem algum tipo de atividade física, 23,53% consomem álcool, e 11,76 bebem e fumam.

Conclusões e Perspectivas

A pesquisa mostrou que tem o sobrepeso como um dos

principais fatores de risco a saúde.

Critérios de Multiplicidade, Relação de Bézout, Equações Diofantinas e Problemas Olímpicos

Alan Danrley¹, Cícero Alan¹, Hélio Fernando¹, Sebastião Medeiros¹

1-Escola de Ensino Fundamental e Médio Padre Amorim

Introdução

Neste trabalho apresentamos os critérios de multiplicidade de alguns inteiros positivos, a relação de Bézout, discorreremos sobre a solubilidade e vamos apresentar a resolução de alguns problemas de olimpíadas de matemática, mostrando que os resultados teóricos apresentados podem ser utilizados de diversas formas na resolução de problemas. As principais referências utilizadas na elaboração do trabalho foram [1-2].

Este trabalho é fruto dos Seminários de Matemática, realizados na Escola de Ensino Médio Padre Amorim, como parte do Programa de Iniciação Científica – Ensino Médio, promovidos pela Universidade Regional do Cariri - URCA.

Metodologia

A metodologia utilizada foi a usual no caso de pesquisa em matemática pura, envolvendo consultas bibliográficas, estudo individual e em grupo. Os seminários de Matemática foram de fundamental importância pois os temas descritos neste trabalho foram discutidos com os autores ao longo dos seminários realizados no primeiro semestre de 2013.

Resultados e Discussão

O principal objetivo do trabalho é despertar nos autores, alunos do ensino médio, o interesse por matemática pura e apresentá-los ao meio acadêmico. Este trabalho mostra a maturidade obtida pelos autores após o primeiro semestre de iniciação científica. Apresentamos a seguir alguns dos resultados que serão apresentados no trabalho:

Critério de Divisibilidade por 3 e 9: Um número natural $n = n_r \cdots n_1 n_0$ é múltiplo de 9 ou de 3 se, e somente se, o número $n_r + \cdots + n_1 + n_0$ for um múltiplo de 9 ou de 3, respectivamente.

Relação de Bézout: Dados inteiros a e b , quaisquer, mas não ambos nulos, existem dois inteiros n e m tais que $mdc(a, b) = a \times n + b \times m$.

Existência de Soluções para Eq. Diofantinas: A equação diofantina $ax + by = c$ admite solução se, e somente se, $mdc(a, b)$ divide c .

Espera-se que no final do período de Iniciação Científica os autores possuam um domínio satisfatório de aritmética básica e obtenham bons resultados na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP.

Conclusões e Perspectivas

O trabalho mostra que a Iniciação Científica – Ensino Médio está desempenhando um importante papel na formação dos alunos. Os resultados apresentados comprovam que os autores dominam temas que são avançados para o estágio escolar ao qual pertencem. O próximo passo será o estudo de congruências, seguindo a referência [1].

Agradecimentos

Os autores agradecem a Universidade Regional do Cariri e a Fundação Cearense de Pesquisa pelo apoio financeiro e a Escola de Ensino Médio Padre Amorim por disponibilizar o espaço físico onde são realizados os seminários de matemática.

Referências

- [1] HEFEZ, A. Iniciação à Aritmética. Programa de Iniciação Científica OBMEP. Rio de Janeiro. IMPA (2005)
- [2] FOMIN, D. Círculos Matemáticos: A Experiência Russa. Rio de Janeiro (2004).

Propriedades Globais de Curvas Planas

Alancoc Alencar¹, Pedro Moura¹, Carlos Correia¹, Paulo Freitas¹

¹-Universidade Regional do Cariri – URCA.

Introdução

Neste trabalho apresentamos os teoremas clássicos sobre a geometria global de curvas de planas. Precisamente, iremos fazer uma releitura do enunciado e da demonstração da desigualdade isoperimétrica, do teorema dos quatro vértices, do teorema das curvas de largura constante e da fórmula de Cauchy-Crofton. As principais referências utilizadas na elaboração do trabalho foram [1-3].

Este trabalho é fruto dos Seminários de Geometria Diferencial, realizados pelo Departamento de Matemática da URCA, com o apoio do Programa de Iniciação Científica da URCA.

Metodologia

A metodologia utilizada foi a usual no caso de pesquisa em matemática pura, envolvendo consultas bibliográficas e o intercâmbio científico consistente. Os seminários de geometria diferencial foram de fundamental importância. Os teoremas descritos neste trabalho foram apresentados pelos autores ao longo dos seminários realizados no primeiro semestre de 2013.

Resultados e Discussão

O principal objetivo do trabalho é introduzir os autores, alunos de graduação do curso de Licenciatura em Matemática, num ambiente de pesquisa em matemática. Este trabalho mostra a maturidade obtida pelos autores após o primeiro semestre de iniciação científica. Apresentamos a seguir o enunciado dos teoremas apresentados no trabalho:

Teorema 1 (Desigualdade Isoperimétrica): Seja C uma curva plana simples e fechada com comprimento L , e seja A a área da região limitada por C . Então $L^2 - 4\pi A \geq 0$ e (verifica-se a igualdade se, e somente se, C é um círculo.

Teorema 2 (Teorema dos Quatro Vértices): Uma curva simples, convexa e fechada tem pelo menos quatro vértices.

Teorema 3 (Curvas de Largura Constante): O perímetro de qualquer curva de largura constante L é igual a πL .

Teorema 4 (Fórmula de Cauchy-Crofton): Seja C uma curva plana de comprimento L . A medida do conjunto de retas (contadas com multiplicidades) que intersectam C é igual a $2L$.

Espera-se que no final do período de Iniciação Científica os autores possuam um domínio satisfatório da geometria diferencial de curvas e superfícies.

Conclusões e Perspectivas

O trabalho mostra que a Iniciação Científica está desempenhando um importante papel na formação dos alunos. Os resultados apresentados comprovam que, mesmo ainda no curso de graduação, os autores dominam temas avançados. O próximo passo será o estudo de superfícies no espaço euclidiano tridimensional, seguindo as referências [1] e [3].

Agradecimentos

Os autores agradecem a Universidade Regional do Cariri e a Fundação Cearense de Pesquisa pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] DO CARMO, M. Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies. SBM. Rio de Janeiro (2005).
- [2] ARAÚJO, P. Geometria Diferencial. SBM. Rio de Janeiro (2004).
- [3] TENENBLAT, K. Introdução à Geometria Diferencial. Blucher. Brasília (2011).

O uso da informática no ensino de matemática: um mediador na construção e aquisição do conhecimento

Gessica de Sales Diodato¹, Nathercia de Oliveira Belém¹

1 -Universidade Regional do Cariri – URCA.

Introdução

Devido às necessidades sociais, atuais e com as grandes mudanças e avanços tecnológicos nas últimas décadas, não apenas a informática, mas outros meios de tecnologia tornaram-se parte do dia a dia das pessoas alterando a sua convivência, forma de comunicação e aprendizado, tendo rápido acesso as notícias e informações que ocorrem no mundo. A informática proporciona aos professores e alunos trabalharem com algo inovador contendo várias possibilidades, além de ser um recurso que tem muito a contribuir para a melhoria no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Metodologia

Buscamos através de livros, artigos, entre outros textos, ampliar nosso conhecimento sobre a área da informática aplicada nas escolas para a melhoria da aprendizagem em matemática, se o processo ocorre e quais os métodos, as vantagens e dificuldades da sua implantação.

Resultados e Discussão

Mesmo com as inovações devemos considerar a formação dos professores, já que a maioria aconteceu através do método tradicionalista, e não tinham acesso a nenhum curso ou especialização em que a informática estivesse inserida como ferramenta mediadora para aquisição de conhecimento de ambas as partes, docente e discente, considerando que o professor se depara com algo novo em que não possui domínio transmitindo insegurança, sendo este motivo de desinteresse pela utilização do recurso. [1] Segundo Borba (2004, p. 261) *Ao professor de matemática cabe o papel de valorizar essa disciplina, tornando-a prazerosa, criativa e útil, garantindo a participação e o interesse dos alunos, a fim de proporcionar um aprendizado eficiente e de qualidade.* Mas ocorre que os professores não estão preparados, a minoria possui capacitação ou mesmo não veem qual a utilização e em quê poderia ajuda-los nas aulas de matemática. [2] Sandholtz (1997, p. 169) afirma: *Os alunos reagem bem diante de trabalhos no computador, pois o mesmo se constitui em poderosa fonte de informação, o que gera uma sensação de domínio das situações pelo aluno.* [3] Gerando um estímulo, pois o aluno trabalha manejando uma máquina, a qual está habituado e consegue realizar as tarefas que lhe são atribuídas sem muita intervenção do professor, dando-lhe satisfação e auto valorização pelo o que faz. Eles sentem-se atraídos pela tecnologia, pois a maioria já nasceu na Era tecnológica. Entre os desafios está a quantidade de alunos por turma que

supera a de máquinas para que os trabalhos possam ser realizados.

Conclusões e Perspectivas

Com as novas discussões sobre a educação e como deve ser trabalhada e transmitida esperamos que esse processo, de inclusão da informática e capacitação dos docentes, tenha crescimento gradual e constante para avanços rápidos e satisfatórios no campo escolar. O desenvolvimento de softwares para área da educação tem evoluído bastante, justamente para se adequar as exigências da sociedade atual.

Agradecimentos

Agradecemos primeiramente a Deus pela coragem e capacidade que nos tem dado.

As nossas famílias e amigos pela compreensão e apoio.

A nossa professora Bárbara Paula Bezerra Leite por nos mostrar a importância da informática no ensino da matemática.

A nossa amiga e professora Luciana Maria de Souza Macêdo pelo carinho, dedicação e atenção durante nossa formação acadêmica.

Referências

- [1] BORBA, Marcelo de Carvalho; BICUDO, Maria Aparecida Viggiane. Educação Matemática: Pesquisa em Movimento. São Paulo: Cortez, 2004.
- [2] SANDHOLTZ, Judith Haymore. Ensino com tecnologia: Criando salas de aulas Centradas nos alunos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- [3] HENDRES, Cláudia Assis; KAIBER, Carmem Teresa. A utilização da informática como recurso didático nas aulas de Matemática. 2005.

Equações Diferenciais Ordinárias: O Modelo de Malthus

Franciery Chaves Silva¹, Gisane Fagundes Rodrigues², José Tiago Nogueira Cruz³,

1 -Universidade Regional do Cariri – URCA, 2 -Universidade Regional do Cariri – URCA, 3 -Universidade Regional do Cariri - URCA

Introdução

No presente trabalho buscamos fazer uma abordagem sobre o modelo de Malthus; o qual, através das Equações Diferenciais Ordinárias, determina que a taxa de variação da população em relação ao tempo é proporcional à população. Essa interfere diretamente no resultado final, por isso o Modelo de Malthus deve ser aplicado em curto período de tempo; visto que o valor referente a população de um determinado lugar, está constantemente se modificando.

Metodologia

Buscamos fazer uma abordagem sobre o modelo populacional de Malthus, com fundamentação teórica acerca das Equações Diferenciais Ordinárias de Primeira Ordem.

Resultados e Discussão

O Modelo de Malthus, também conhecido como crescimento exponencial, estabelece que a taxa de variação da população em relação ao tempo é proporcional à população, isto é,

$$\frac{dp}{dt} = kp \quad (1)$$

onde k é a constante de proporcionalidade, conhecida como taxa de crescimento ou declínio.

Resolvendo a equação (1), obtemos:

$$\frac{dp}{dt} = kp$$

$$\frac{dp}{p} = k dt$$

integrando,

$$\ln|p| = kt + c_1$$

$$p = e^{kt+c_1}$$

$$p = p_0 e^{kt}$$

onde p_0 é a população inicial, isto é, $p(0) = p_0$.

Podemos concluir que se a constante $k > 0$, então a população crescerá exponencialmente, enquanto que se $k < 0$ então a população diminuirá exponencialmente.

Porém, deve-se observar que esse modelo possui limitações, pois se o crescimento de uma determinada população está sujeita a mudança, devido, principalmente, a migração; poderá, provavelmente, haver alteração no crescimento exponencial.

Conclusões e Perspectivas

Contudo, neste trabalho buscamos mostrar o estudo que Malthus desenvolveu, através das Equações Diferenciais Ordinárias, a fim de calcular e analisar o crescimento populacional de um determinado lugar. Observando que o Modelo de Malthus deve ser aplicado por um tempo relativamente curto, devido as mudanças de valores populacionais, causados, principalmente, pela migração.

Agradecimentos

Agradecemos ao Senhor Deus pelo dom da vida e a realização de mais um projeto. Aos nossos pais pela contribuição e incentivo em todos os momentos de nossa vida.

Referências

[1] Boyce, William e DiPrima, Richard. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. LTC Editora (8ª edição). 2006.

[2] Zill, Dennis G. **Equações Diferenciais Ordinárias**, volume 1/ Dennis G. Zill, Michael R. Cullen; tradução Antonio Zumpano, revisão técnica: Antonio Pertence Jr. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.

Critério de Eisenstein

Joaquim Francisco dos Santos Neto¹, Francisca Leidmar Josué Vieira²

1 -Bolsista do Projeto de Iniciação Científica Júnior, 2 -Professora da Universidade Regional do Cariri – URCA.

Introdução

Dizemos que um polinômio p com coeficientes racionais de grau maior que 1 é irredutível se ele não pode ser escrito como um produto de polinômios não constantes com coeficientes racionais, isto é, $f(x)=g(x)h(x)$, implicar que $g=a$ ou $h=b$.

Por exemplo, o polinômio $x^2-2x-1=0$ não é irredutível.

Algoritmos eficazes para fatoração buscam testar a irredutibilidade de polinômios. Vamos estudar um teste conhecido como teste de Eisenstein .

Esse critério foi elaborado pelo matemático alemão [Gotthold Eisenstein](#), estabelecendo uma regra que permite classificar alguns [polinômios](#) com coeficientes [inteiros](#) como [irredutíveis](#).

Seja $f(x)$ o polinômio de coeficientes inteiros de grau n :

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0, n > 0$$

Se existe um [número primo](#) p tal que

- p divide cada a_i para $i < n$;
- p não divide a_n ;
- p^2 não divide a_0 .

Então $f(x)$ é irredutível sobre os racionais.

Por exemplo, o polinômio $x^3+2x+10$ é irredutível, pelo teorema anterior. Note que basta considerar $q=2$. Também, o polinômio $x^n - p$ é irredutível.

Metodologia

Mediante aos conhecimentos obtidos no estudo do critério de Eisenstein, utilizamos livros como fonte sorvida dos conhecimentos.

Resultados e Discussão

Neste trabalho, dado um polinômio, aplicando o critério de [Eisenstein](#), muitas vezes, conseguimos decidir se um polinômio é irredutível ou não.

Conclusões e Perspectivas

Visto o critério estudado, os polinômios que são verificáveis as condições, afirmamos que o polinômio é irredutível.

Agradecimentos

A Universidade Regional do Cariri pelo apoio financeiro e a minha orientadora Francisca Leidmar Josué Vieira.

Referências

Apresentar as referências utilizadas no texto no formato Chicago:

[1] GONÇALVES, A. Introdução à Álgebra, Rio de Janeiro, IMPA, 1979.

[2] HEFEZ, Abramo. Curso de Álgebra, Volume 1. Rio de Janeiro. IMPA, 1993.

Um Estudo das Raízes de Polinômios

Jéssica Sonaara Santos Lima¹, Francisca Leidmar Josué Vieira²

1 -Bolsita do Projeto de Iniciação Científica Júnior , 2 -Professora da Universidade Regional do Cariri – URCA .

Introdução

Dado um polinômio qualquer sempre é importante, quando possível, identificar as suas raízes.

Assim, nosso objetivo é calcular as raízes de um polinômios com coeficientes reais.

Para iniciar a discussão, vamos considerar um polinômio de grau 2.

Seja $p(x) = x^2 + bx + c$.

Se $\Delta = 0$, então p tem uma raiz real.

Se $\Delta > 0$, então p tem duas raízes distintas e reais.

Se $\Delta < 0$, então p tem duas raízes complexas.

Neste último caso, podemos observar que dada um raiz complexa de p, tem-se que o seu conjugado também é raiz de p.

Mais geralmente, se

$$p(x) = a_n x^n + \dots + a_0, \quad (n > 2),$$

mostraremos que se w_0 (conjugada de z_0) é raiz de p, isto é, se

$$p(z_0) = 0,$$

então

$$p(w_0) = 0.$$

Com efeito, se

$$p(z) = a_n z^n + \dots + a_0 = 0,$$

ao aplicar o conjugado, temos que:

$$a_n w^n + \dots + a_0 = 0.$$

portanto,

$$p(w_0) = 0.$$

Assim, se z é uma raiz de p então w também o é.

Isto nos traz algumas consequências, como o fato de que se o grau de p é ímpar, então existe pelo menos uma raiz real.

Metodologia

Neste trabalho usamos apenas os livros citados na bibliografia.

Resultados e Discussão

Ao realizar este trabalho conseguimos entender um pouco o comportamento das raízes de uma equação polinomial.

Conclusões e Perspectivas

As raízes complexas de um polinômios estão em uma quantidade par, uma raiz e seu conjugado. Todo polinômio de grau ímpar possui pelo menos uma raiz real.

Agradecimentos

A Universidade Regional do Cariri pelo apoio financeiro e a minha orientadora Francisca Leidmar Josué Vieira.

Referências

[1] IEZZI, G., **Fundamentos da Matemática Elementar, Complexos, Polinômios e Equações. Vol. 3.** Atual Editora. São Paulo.

[2] CARMO, M. P., MORGADO, A. C. & WAGNER, E., **Trigonometria e Números Complexos.** Coleção do professor de Matemática. SBM. Rio de Janeiro, 4ª ed., 2001.

A Geometria Euclidiana deve ser ensinada na Educação Básica?

Zelélber Gondim Guimarães¹, Luciana Maria de Souza Macêdo¹

1 - Universidade Regional do Cariri – URCA.

Introdução

A geometria euclidiana tem sido menos ensinada nos dias de hoje na educação básica do que a alguns anos atrás. A razão dessa inflexão deve-se não a uma insatisfação com o conteúdo, mas às dificuldades conceituais causadas pelas argumentações lógicas que constituem a essência da geometria euclidiana. Muitas das dificuldades que se observa nos nossos alunos nos exames como ENEM, SPAECE, etc, estão relacionadas com o modo de organizarem o raciocínio e construir argumentações lógicas.

Metodologia

Ao fazermos uma leitura dos resultados de exames de avaliações dos nossos alunos e buscarmos em artigos de especialistas uma resposta que dê conta dessa problemática em nossas escolas, nos deparamos com um quadro preocupante e generalizado por todo o Brasil. Dessa forma procuraremos discutir e apresentar uma reflexão sobre métodos inovadores que tem sido divulgados pelos especialistas, para que se possa reverter essa tendência desanimadora e preocupante em que se encontra o ensino da geometria.

Resultados e Discussão

As tentativas de reformular e melhorar o ensino de matemática e também de Geometria sempre estiverem nos anseios dos especialistas e educadores em geral, no Brasil e no Mundo. E frases como: “Euclides deve ser abolido” já povoaram a mente de especialista (ver por exemplo, Freudenthal [1973]). Mas, muitos matemáticos proeminentes e experientes educadores da área de matemática deram contribuições importantes e relevantes às discussões no sentido contrário a frase acima, entre eles podemos citar Thom (1973) e Atiyah (1977). Aqui não procuraremos nos colocar ao lado deste ou daquele grupo nessa discussão. Tomaremos aqui o ponto de vista de Fletcher (1970-71), que escreveu: “o problema não era livrar Euclides de falhas lógicas, o problema era substituí-lo [o texto de Euclides] por uma estratégia de ensino mais aceitável” (p. 395-96) [1]

Conclusões e Perspectivas

Assim, podemos concluir que, se retirar o ensino de geometria da Educação Básica não resolve o problema do aluno de conhecer e compreender o mundo que o cerca. O que entendemos é que devemos ampliar as estratégias de

ensino e aprendizagem na forma de abordar esse conhecimento. E também fazermos uso das tecnologias como forma de atrair os alunos e segurar sua atenção. E que a geometria apesar de velha ainda nos reserva muito legado as futuras gerações.

Agradecimentos

Agradecemos a Universidade Regional do Cariri – URCA pela oportunidade em poder apresentar e discutir tão relevante e atual problema sobre o ensino da Geometria.

Referências

- [1] FLETCHER, T. J. **The Teaching of Geometry: Present Problems and Future Aims**, Educational Studies in Mathematics 3 (1970 – 71) : 395 – 412.
- [2] LINDQUIST, Mary M, e SHULTE. Albert P., **Aprendendo e Ensinando Geometria**, Editora Atual, 1994.

ESTATÍSTICAS DA QUALIDADE DE VIDA DOS PROFESSORES DA URCA

Francisco Vlademir Dedes da Cruz Barros.¹, Ana Josicleide Maia².

1 - Bolsista de Iniciação científica – CNPq/URCA, 2 - Professor orientador – URCA .

Introdução

A criação da URCA foi resultado de intensas mobilizações da sociedade caririense que almejava consolidar no Cariri uma IES pública, gratuita e de qualidade capaz de identificar, investigar e buscar soluções para os diversos problemas regionais. A URCA nasce assentada na intenção de fomentar e disseminar a denominada “cultura do sertão”, otimizando a pesquisa e o conhecimento sobre a riqueza natural e cultural regional.

A Instituição conta com um quadro docente de 360 professores efetivos dos quais 09 pós-doutores, 66 doutores, 179 mestres, 91 especialistas e 16 graduados. Os professores além de a sua carga didática assumem cargos comissionares (pró-reitores e diretores) ou não (coordenadores e chefia), são pesquisadores e alguns que fazem parte de comitês, núcleos, coordenam projetos entre outros, com isso elevando a carga de trabalho.

A qualidade de vida no trabalho, na maioria das vezes ocorre em função de um conjunto de fatores que independem do profissional. O que se observa é que a atribuição da vida diária, inclusive, precisando assumir diversas funções para garantir uma melhor dinâmica de trabalho e vida financeira mais estável, acabam por levar o profissional docente a não perceber o nível de qualidade de trabalho oferecido. Muitas vezes estão envolvidos em escolas que não oferecem as condições mínimas de exercer suas atividades com dignidade, com respeito e ética.

A Qualidade de Vida no Trabalho (QVT) tem sido preocupação do homem desde o início de sua existência, às vezes apresentada com outros títulos, mas sempre voltada para facilitar ou trazer satisfação e bem-estar ao trabalhador [2].

O trabalho objetiva identificar dificuldades de adaptação e atuação profissional, as manifestações físicas e emocionais de desgastes relacionadas ao ambiente de trabalho e investigar no que se refere à insatisfação do profissional no processo de trabalho.

Metodologia

Uma pesquisa de campo será realizada na Universidade Regional do Cariri – URCA, nos campus Pimenta, São Miguel, Crajubar e Pirajá nas cidades de Crato e Juazeiro do Norte. Faremos um estudo descritivo qualitativo e quantitativo com um diagnóstico minucioso para identificar

as categorias, cargos e funções dos professores da URCA que participarão da pesquisa.

Será desenvolvido um questionário com base na escala de qualidade de vida segundo EQV (escala de qualidade de vida Flanagan) ou a escala referendada pela Organização Mundial de Saúde (OMS).

Após identificar o universo estatístico aplicaremos as fórmulas estatísticas de cálculo da amostra. A aplicação do questionário só iniciará quando for aprovado no comitê de ética da URCA. O instrumento de avaliação de qualidade de vida da OMS (WHOQOL-100) será aplicado após a autorização do comitê de ética.

Os dados serão tabulados, analisados e interpretados para posterior publicação.

Resultados e Discussão

O projeto esta sendo aguardando resposta do comitê de ética e só depois pode ser feito a aplicação dos questionários.

Conclusões e Perspectivas

Fazer um diagnóstico da qualidade de vida do professor da URCA.

Agradecimentos

Agradeço a URCA ao apoio financeiro.

Referências

- [1] AUQUIER, P. Approches théoriques et méthodologiques de la qualité de vie liée à la santé. *Revue Prevenir* 33:77-86.
[2] RODRIGUES, M. V. C. Qualidade de Vida no Trabalho: evolução e análise no nível gerencial. 9a ed. Rio de Janeiro (RJ): Vozes; 2002.

Codificando e decodificando uma mensagem em Criptografia RSA

Ruan Évislon Ferreira da Silva¹, Jocel Faustino Norberto de Oliveira²,

1 – Instituto Federal de Educação do Ceará - IFCE, 2 - Universidade Regional do Cariri – URCA.

Introdução

O que fazemos para codificar uma mensagem no sistema de criptografia RSA é calcular sua potência módulo n relativamente a um expoente especialmente escolhido. Entretanto, para que isto seja viável, a mensagem deve ser um número inteiro. Mas não é isto o que ocorre em geral: a maior parte das mensagens é um texto. Dessa forma, a primeira coisa a fazer, se desejarmos usar o método RSA, é inventar uma maneira de converter a mensagem em uma sequência de números. Suponhamos, para simplificar, que a mensagem original é um texto onde não há números, apenas palavras, e no qual todas as letras são maiúsculas. Portanto, em última análise a mensagem é constituída pelas letras que formam as palavras e pelos espaços entre palavras. Chamaremos esta primeira etapa de *pré-codificação*, para distingui-la do processo de codificação propriamente dito. Aqui ilustraremos resumidamente esse processo. Uma vez feito o processo de codificação faremos adiante o processo para decodificar um bloco da mensagem codificada. Em outras palavras, queremos saber qual é a receita que nos permite, de posse de um bloco codificado e da chave pública, reconstruir o bloco original, antes da codificação. Este trabalho é parte do processo de entendimento da Criptografia RSA, bem como ilustra uma das principais aplicações da Aritmética modular.

Metodologia

Como trabalho teórico, usamos apenas o estudo das referências bibliográficas e seminários semanais entre orientador e bolsista, através de apresentação oral. A referência [1] foi a fonte principal de estudo para o projeto de ensino e conseqüentemente para este trabalho.

Resultados e Discussão

A teoria dos números através do estudo de divisibilidade e teoria das congruências é repleta de aplicações interessantes. Desde o entendimento de fenômenos periódicos, sistema binário, e processo de codificação de mensagens. Este trabalho tem por objetivo mostrar um pouco desse universo. Saindo dos teoremas e proposições para sua aplicabilidade.

Conclusões e Perspectivas

Dentro do projeto de estudar a Criptografia RSA como aplicação da teoria da aritmética modular, este trabalho é uma breve exposição de como funciona o processo de criptografia. É parte integrante das atividades da iniciação

científica que tem por objetivo ilustrar um conhecimento além do que é dado dentro da sala de aula no ensino médio.

Agradecimentos

Agradeço ao CNPQ pelo apoio financeiro, através da bolsa ICJ, a Universidade Regional do Cariri, por incentivar e apoiar a iniciação científica e ceder o espaço para o desenvolvimento das atividades de ensino e a orientação do professor Jocel Faustino.

Referências

- [1] COUTINHO, S. C. **Criptografia**. Programa de Iniciação Científica OBMEP nº 7. IMPA e SBM. 2008.
- [2] COUTINHO, S.C. **Números inteiros e criptografia RSA**. Série de Computação e Matemática n. 2, IMPA e SBM, segunda edição (revisada e ampliada), 2000.
- [3] HEFEZ, A. **Elementos de Aritmética**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2005.
- [4] LIMA, Elon Lages. **Meu professor de Matemática e Outras Histórias**. IMPA/VITAE, Rio de Janeiro, 1991.
- [5] COELHO, S. P.; POLCINO MILIES, C. **Números: uma Introdução à Matemática**. Editora da Universidade de São Paulo. São Paulo 2000.

APLICAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS: DECAIMENTO RADIOATIVO

Danilo Ferreira da Silva¹, Cícero Keyson de Moura Pereira¹, José Tiago Nogueira Cruz¹

1 -Universidade Regional do Cariri – URCA.

Introdução

Sabemos que no núcleo de átomos instáveis ocorre o fenômeno de decaimento radioativo ou reação de desintegração radioativa, consistindo na emissão de partículas e reações eletromagnéticas, para transformarem-se em outros núcleos mais estáveis, essa propriedade é a Radioatividade ou Radiação. A partir de dados observados, constatou-se que esse processo de decaimento é proporcional ao número de núcleos radioativos em determinado intervalo de tempo presentes no isótopo, essa variação pode ser modelada por uma equação diferencial ordinária, tal é o objetivo desse trabalho.

Metodologia

A pesquisa se configura em modelar o processo de decaimento radioativo, tendo como ferramenta o modelo matemático. Objetiva esclarecer essa modelagem dando um aspecto algébrico e direto, apresentando ainda, aplicação desse resultado assim como sua importância e função.

Resultados e Discussão

Seja A um isótopo radioativo com $N(t)$ números de átomos radioativos, em Δt um pequeno intervalo de tempo temos que $\lambda N(t)\Delta t$ átomos decaem, com λ constante de desintegração que depende do elemento radioativo. Logo a taxa de decaimento fica:

Seja ΔN a variação de $N(t_f)$ e $N(t_i)$:

$$\Delta N = N(t_f) - N(t_i)$$

$$\Delta N = 0 - \lambda N(t)\Delta t$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$\int \frac{dN}{N} = -\lambda \int dt$$

$$N = e^{-\lambda t + k} = Ce^{-\lambda t}$$

Uma aplicação desse resultado é a datação Radioativa com Carbono 14. Que serve para estimar o tempo de existência de um material morto. A partir da taxa de decaimento do carbono 14 e fazendo um comparativo com a taxa de decaimento de um material vivo determina-se a idade do material

Conclusões e Perspectivas

É considerável a grande quantidade de aplicações das Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's). Sendo elas bastantes úteis na modelagem matemática de situações reais e construtivas no aprendizado da teoria. É esperado que o trabalho desperte o interesse e fascínio nos estudantes e simpatizantes das ciências exatas ou naturais tecnológicas, para que dediquem estudos aprofundados nessa área e no desenvolvimento das ciências.

Agradecimentos

A Deus pelo despertar a cada dia do desejo de aprender mais e mais. Ao Professor José Tiago pela confiança e apoio deste trabalho e a Universidade Regional do Cariri por promover esse evento e nos possibilitar a apresentação de nossos estudos.

Referências

- [1] EDWARDS, JR. C. H; PENNEY, DAVID E. Equações Diferenciais Elementares: Com problemas de contorno. 3ª ed. Prentice-Hall Inc. Georgia-EUA. 1993.
- [2] FELTRE, Ricardo. Química. 6º ed. Moderna. São Paulo. 2004.
- [3] Unidade3: *Radioatividade*
www.if.ufrgs.br/~Marcia/FN_aula2.pdf. Data de acesso: 23 de agosto de 2013.

Máximo Divisor Comum e Congruências lineares

Nathaly Teixeira Alves¹, Jocel Faustino Norberto de Oliveira²,

1 – Escola de Ensino Fundamental e Médio José Bezerra de Menezes - EEFMJBM, 2 - Universidade Regional do Cariri – URCA .

Introdução

Ao tentarmos resolver equações do tipo $aX+bY=c$, estamos tentando encontrar sob quais condições teremos solução. Isto é, queremos saber como deverão ser os números X e Y de tal forma que possamos ter como resolver esta equação. O máximo divisor comum possui diversas aplicações dentro da teoria dos números, em particular nas congruências. Equações do tipo $aX-bY=c$ ou $aX+bY=c$ são chamadas de equações diofantinas lineares. Aqui faremos uma abordagem sobre a relação do MDC (máximo divisor comum) com tais equações. Isso será feito à luz da teoria das congruências. As congruências lineares por sua vez poderão ser usadas para o entendimento de congruências quadráticas o que nos faz estar interessados em equações do tipo $X^2-bY=c$.

Metodologia

Como trabalho teórico, usamos apenas o estudo das referências bibliográficas e seminários semanais entre orientador e bolsista, através de apresentação oral. As referências [1] e [3] foram as fontes principais de estudo para o projeto de ensino e conseqüentemente para este trabalho.

Resultados e Discussão

Com o objetivo maior de entender os fenômenos numéricos a partir dos conceitos de divisibilidade e multiplicidade, aqui temos estudado as propriedades e aplicabilidade do MDC na resolução de equações diofantinas, no intuito de adquirir uma boa formação básica da aritmética, dando suporte para o entendimento de aplicações em Criptografia RSA.

Conclusões e Perspectivas

O que podemos concluir neste trabalho é que há uma ponte que liga o simples conceito de MDC aprendido no ensino básico com a introdução à Teoria dos números ensinada nos cursos de graduação. Com o estudo sobre a resolução de equações diofantinas, podemos ilustrar diversas situações que podem ocorrer no dia a dia.

Agradecimentos

Agradeço ao CNPQ pelo apoio financeiro, através da bolsa ICJ, a Universidade Regional do Cariri, por incentivar e apoiar a iniciação científica e ceder o espaço para o desenvolvimento das atividades de ensino e a orientação do professor Jocel Faustino.

Referências

- [1] COUTINHO, S. C. Criptografia. Programa de Iniciação Científica OBMEQ n° 7. **IMPA e SBM**. 2008.
- [2] COUTINHO, S.C. Números inteiros e criptografia RSA. Série de Computação e Matemática n. 2, **IMPA e SBM**, segunda edição (revisada e ampliada), 2000.
- [3] HEFEZ, A. Elementos de Aritmética. **Sociedade Brasileira de Matemática**, 2005.
- [4] LIMA, Elon Lages. Meu professor de Matemática e Outras Histórias. **IMPA/VITAE**, Rio de Janeiro, 1991.
- [5] COELHO, S. P.; POLCINO MILIES, C. Números: uma Introdução à Matemática. **Editora da Universidade de São Paulo**. São Paulo 2000.

A construção dos números inteiros

Andrea Machado Fernandes¹, Paulo César Cavalcante de Oliveira²

1 - Universidade Regional do Cariri – URCA, 2 -Universidade Regional do Cariri – URCA.

Introdução

A matemática obedece ao Princípio de Completeza, isto é, ela possui atribuições necessárias para responder as suas próprias indagações. Com o passar dos tempos, os matemáticos perceberam que por mais que se tivesse o “domínio” dos números naturais, estes sozinhos não eram suficientes para solucionar algumas subtrações. Por exemplo, como trata o autor, subtrair 3 de 5, é claramente 2, porém subtrair 5 de 3 não é tão trivial, (SINGH, 2008). Daí foi necessário para a Completeza, a introdução do conceito de números negativos feita pelos hindus, que acabou sendo de suma importância na resolução de diversos problemas matemáticos, apesar de serem considerados por muitos matemáticos, como números muito fictícios, já que, tecnicamente, não representam nada no mundo concreto.

Metodologia

Definamos uma relação de equivalência (\sim) no conjunto $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ por $(a,b) \sim (c,d)$ quando $a + d = c + b$, (FERREIRA, 2011). Assim, o conjunto das classes de equivalência dessa relação. Definiremos duas operações em \mathbb{Z} (adição e multiplicação), assim como a operação subtração. Denotaremos $(\overline{a,b})$ como a classe de equivalência das coordenadas (a,b) pela relação de equivalência, ou seja, $(\overline{a,b}) = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}; (x,y) \sim (a,b)\}$ e daí, definiremos o conjunto quociente $\mathbb{N} \times \mathbb{N} / \sim$ pelas classes de equivalência $(\overline{a,b})$ como \mathbb{Z} (Conjuntos números inteiros).

Resultados e Discussão

Dessa forma, denotaremos a soma $(\overline{a,b}) + (\overline{c,d})$ como sendo $(\overline{a+c, b+d})$. A qual, está bem definida em \mathbb{Z} , já que, dados $(\overline{a,b}) = (\overline{a',b'})$ e $(\overline{c,d}) = (\overline{c',d'})$, então $(\overline{a,b}) + (\overline{c,d}) = (\overline{a',b'}) + (\overline{c',d'}) = (\overline{b',c'})$. Assim como, a operação é associativa, comutativa, tem $(\overline{0,0})$ como elemento neutro e vale a lei do cancelamento dos \mathbb{N} . Além do mais, dado $(\overline{a,b}) \in \mathbb{Z}$, existe um único $(\overline{c,d}) \in \mathbb{Z}$ tal que $(\overline{a,b}) + (\overline{c,d}) = (\overline{0,0})$. Denotaremos também a subtração em \mathbb{Z} , como sendo $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{Z}$. E o produto $(\overline{a,b}) \cdot (\overline{c,d})$ como sendo $(\overline{ac+bd, ad+bc}) \in \mathbb{Z}$, com $(\overline{a,b})$ e

$(\overline{c,d}) \in \mathbb{Z}$. É importante ressaltar que assim como na soma, a multiplicação em \mathbb{Z} , também é comutativa, associativa, distributiva em relação a adição e está bem definida. Possui como elemento elemento neutro $(\overline{1,0})$ e é válida lei do cancelamento multiplicativo, ou seja, se $\alpha\gamma = \beta\gamma$, então $\alpha = \beta$, com $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Z}$.

Conclusões e Perspectivas

Neste artigo vimos como a Axiomatização de conhecimentos já conhecido não é uma tarefa fácil, mesmo os conjuntos numéricos que nos são familiares desde o ensino fundamental requer uma certa maturidade matemática. Nosso próximo passo será a construção dos números racionais.

Agradecimentos

A Universidade Regional do Cariri pelo apoio financeiro e ao meu orientador Prof. Ms. Paulo César pela enorme colaboração e acompanhamento deste trabalho.

Referências

- [1] FERREIRA, J. A construção dos números, Textos Universitários, SBM, IMPA, 2011.
- [2] SINGH, S. O Último Teorema de Fermat: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. 15ª ed. - Rio de Janeiro: Record, 2008.